Approche du Nombre d'Or
ou : comment le réveiller
dans le séminaire « La Logique du fantasme »

Catherine Ferron.

C'est presque à la fin du séminaire du 22 février que Lacan introduit son modèle harmonique, et ceci par une citation des *Écrits* reprise d'une conférence prononcée à Munich en 1958 : « Le phallus comme signifiant donne la raison du désir (dans l'acception où le terme est employé comme « moyenne et extrême raison » de la division harmonique) ».

Mettre un ordre, une mesure dans l'acte sexuel, dans son rapport avec la répétition, un rapport qui se répète, un acte signifiant, qu'est-ce que cela veut dire ?

J'ai choisi pour ma part de mettre de l'ordre dans le modèle en essayant de définir tous ces termes de nombre, rapport, proportion, harmonie, et de voir quelles étaient les relations qu'ils entretenaient.

Tout d'abord ce mot *raison* qui est une traduction de λογος, *logos*, et qui signifie également raisonnement, rapport, compte. Au VI^e siècle av. J.C., Pythagore, pour qui « tout est arrangé selon le Nombre » divise cette connaissance en deux disciplines : l'une à tendance métaphysique s'occupe du Nombre pur, du Nombre divin, du nombre-idée ; l'autre, l'arithmétique traite du nombre scientifique abstrait. Ces nombres ne s'adressaient pas aux commerçants et une troisième discipline est nécessaire : la logistique ou calcul s'intéresse au nombre concret, s'occupe des objets dénombrables.

Ces philosophes / mathématiciens n'utilisaient pas de symboles exclusifs ou de chiffres pour figurer les nombres mêmes concrets mais se servaient de lettres de l'alphabet et de points. C'est Diophante d'Alexandrie, contemporain de Platon (environ IV^e siècle av. J.C.) qui introduit *s* pour une quantité inconnue et *phi renversé* pour la soustraction.

Cette différenciation, philosophie du Nombre, théorie des nombres et calcul, s'est perdue avec l'apport des chiffres arabes et du système décimal ; il a fallu attendre l'établissement de la théorie des ensembles de Cantor-Russell pour redécouvrir que le chiffre 2 par exemple, le nombre deux, la dyade ou couple et l'idée de dualité étaient des choses différentes.

Il m'apparaît important d'insister dans cette modeste introduction chronologique sur ces distinctions. Si, à travers Platon, les principes du Nombre sont le Même (ou la qualité d'être la même chose), l'un, l'identité, l'unité, l'égalité ; et l'Autre (ou la qualité d'être une autre chose) ou la discrimination, l'inégalité, la science moderne aboutit à une attitude d'esprit analogue en supprimant les barrières entre mathématique et logique ; une seule science dont les éléments représentent indifféremment des fictions logiques, des nombres ou des configurations géométriques.

C'est ce qu'il ne faut jamais perdre de vue dans les exposés de Lacan qui joue de cette logistique en tenant compte de la pensée des Anciens et dont la notation, *phi*, par exemple, suivant qu'il est minuscule, majuscule ou précédé du signe moins, découpe dans ces disciplines et ces registres le plan du symbolique.

Le concept général de relation entre deux objets ou deux grandeurs est donc appelé *logos* – ou raison. C'est un *rapport-mesure* : si a et b sont les nombres qui mesurent deux longueurs par rapport à la même unité, le rapport $\frac{a}{b}$ est la mesure de la grandeur a si l'on prend la grandeur b comme unité de comparaison.

Euclide (un siècle après Platon) à qui l'on est redevable d'un véritable traité écrit, dit : « Le rapport est la relation qualitative, en ce qui concerne la dimension, entre deux grandeurs homogènes ; la proportion est l'équivalence des rapports ». Il ne donne pas un nom particulier au résultat du rapport qui reste un nombre irrationnel lié au problème de la division en moyenne et extrême raison, au problème de l'étude des figures géométriques.

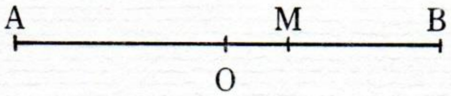
Prenons un exemple : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est une proportion disjointe composée de 4 termes ; le deuxième et le troisième sont dits *moyens* par rapport aux *extrêmes*.

Quand les deux grandeurs intermédiaires sont égales, on obtient $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$ qui est alors une proportion continue. On peut donc dire : le rapport étant une relation entre 2 termes et la proportion une combinaison d'au moins deux rapports, il faut au moins 3 termes pour établir une proportion.

En poussant plus loin ce principe, appelé principe d'économie, on obtient une proportion continue avec 2 grandeurs seulement : c'est leur somme qui nous fournit la troisième : $a + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$. C'est l'équation de proportion la plus simple.

Si nous la mettons en mots pour obtenir une formulation dont nos oreilles ont la trace, nous disons : le rapport de la somme de deux grandeurs à la plus grande est égal au rapport de celle-ci à la plus petite.

Donnons un exemple figuratif, celui de la *section dorée* (terme qui ne semble apparaître qu'à l'époque de Léonard de Vinci).



Pour un segment AB de milieu O, le point M du segment OB tel que $\frac{AB}{AM} = \frac{AM}{MB}$, détermine une section d'or du segment AB. Euclide dit : M divise le segment en moyenne et extrême raison.

Encore plus simplement : soit un segment AC divisé par B

tel que $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC}$; c'est le partage d'une longueur en moyenne et extrême raison ; c'est le partage asymétrique le plus important à cause de ses propriétés.

Il existe beaucoup de rapports de proportions dont le résultat donne ce nombre irrationnel appelé *nombre d'or*.

Si nous reprenons notre équation de proportion la plus simple $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$, nous pouvons :

– diviser tous les termes par b : $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$ ou $\frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{b}}{\frac{a}{b}} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{b}{b}}$

– remplacer $\frac{a}{b}$ par X : $\frac{X+1}{X} = \frac{X}{1}$

– en se rappelant que le produit des moyens est égal au produit des extrêmes, on obtient une équation de la forme : $X^2 = X + 1$ dont les racines sont : $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

La *valeur numérique* du rapport, ou *nombre-mesure*, est 1,618... ou *expression arithmétique* de la section dorée, ou nombre d'or qui s'écrit *phi*, Φ.

On peut donc réécrire : $\Phi^2 = \Phi + 1$ et voir que $\Phi = \frac{\Phi + 1}{\Phi} = 1 + \frac{1}{\Phi}$

(si nous remplaçons Φ par a, les formules de Lacan ne commencent-elles pas à prendre sens ?)

En reprenant notre équation $\Phi^2 = \Phi + 1$
on est naturellement conduit à $\Phi^3 = \Phi^2 + \Phi$

Cette *suite* ou série, ou progression géométrique ou proportion continue développée s'écrit : 1, Φ, Φ^2, Φ^3, etc.

Tout terme est égal à la somme des deux précédents. On l'appelle encore la suite de Fibonacci du nom d'un mathématicien italien du XII^e siècle qui a mis en valeur des propriétés particulières de ce nombre irrationnel.

On peut maintenant donner un début de définition du nombre d'or : c'est la limite Φ quand n tend vers l'infini du rapport entre 2 termes consécutifs Un + 1 et Un de la suite de Fibonacci.

C'est la seule progression qui participe à la fois de la série géométrique et de la série arithmétique.

Dans une progression géométrique continue a, b, c, b est la moyenne géométrique : la définition plus générale de la proportion n'implique pas nécessairement l'égalité de deux rapports initiaux, mais envisage un autre type de corrélation. Par exemple *la proportion harmonique.*

Prenons un exemple concret.
2, 4, 8 : c'est une progression géométrique : le 1er est au 2ème ce que le 2ème est au 3ème ; $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$.

2, 4, 6 : c'est une progression arithmétique : chaque terme dépasse de la même quantité son antécédent ; c - b =b - a.

6, 8 ,12 : c'est une proportion harmonique : le moyen dépasse le petit d'une fraction du petit égale à la fraction du dernier dont le moyen est dépassé par ce dernier.
8 dépasse 6 d'une fraction de 6 égale à la fraction de 12 dont 8 est dépassé par 12.

$$b - a = a\,\frac{c - b}{c} \qquad b = \frac{2ac}{a + c}$$

$$8 - 6 = 6\,\frac{12 - 8}{12} \qquad 8 = \frac{2 \times 6 \times 12}{6 + 12} = \frac{144}{18}$$

Maintenant que nous avons mis en place quelques termes et quelques rapports concrets, revenons au séminaire du 22 février où Lacan dans un premier temps nous amène *le rapport harmonique*. C'est la division d'un segment, division interne et externe, un ensemble de 4 points alignés, A, B, C, D, tels que $\frac{CA}{CB} = -\frac{DA}{DB}$. C et D sont dits conjugués harmoniques par rapport à A et à B.

Le rapport est ici l'acte sexuel ; son support : un trait, celui de la double boucle de la répétition que nous avons coupé. On y place 4 points (ou plutôt, on détermine deux grandeurs) :

a qui est le produit, le reste d'une copulation précédente qui reproduit (a^2)

A qui est la pensée de fusion, de falsification de l'unité, la pensée de l'UN du couple, le A maternel, le passage de l'unité comptable à l'unité unifiante, le champ de l'UN, le lieu de l'Autre (1 et 1).

Sans oublier c du couple, un premier rapport apparaît,

$$\frac{c}{a + A} = \frac{a}{A}$$

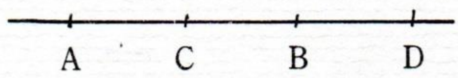
qui n'aura de portée que s'il répond à la définition de la proportion harmonique (la plus petite par rapport à la plus grande est égale à la plus grande par rapport à la somme des deux). Lacan donne une valeur à cette mesure : $-\varphi$.

Il reste un rapport à deux termes dont le troisième est défini par la somme des deux et qui tend vers une limite.

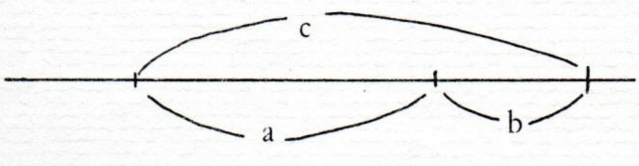
$$\frac{a}{A} = \frac{A}{a + A} = -\varphi$$

Dans le séminaire du 1er mars Lacan se fait plus précis ; c'est maintenant la vraie moyenne et extrême raison, le rapport anharmonique, fondamental à toute structure projective. Il s'agit toujours d'un rapport de 4 points A, B, C, D, pris sur un axe orienté, quotient du rapport des mesures des deux vecteurs d'origine C et d'extrémités A et B, par le rapport des mesures des deux vecteurs d'origine D et d'extrémités A et B. Il y a ici égalité de deux rapports.

$$\frac{\overrightarrow{CA}}{\overrightarrow{CB}} = \frac{\overrightarrow{DA}}{\overrightarrow{DB}}$$



Si nous reprenons la page 5 bis du séminaire du 1er mars dans la version corrigée par Denise Lachaud, nous avons un trait, un segment qui détermine nos trois termes :



c (ou A à qui l'on donnera la valeur 1)

a, déjà projeté sur A

b, qui représente ce reste, que l'on peut écrire a^2 dont nous reparlerons.

Sachant, première condition, que $c = a + b$ d'une part, sachant d'autre part que nos grandeurs sont dans un certain rapport, deuxième condition, nous pouvons essayer de déterminer les particularités de ce rapport.

Soit $\frac{c - a}{a - b} = \frac{c}{a}$ le rapport qui répond à la définition de la relation harmonique.

Si $c = 1$, on peut écrire : $\frac{1 - a}{a - b} = \frac{1}{a}$ ①

le b de notre segment est égal à c - a donc b = 1 - a.
Remplaçons les termes que nous connaissons dans ①

$$\frac{1-a}{a-(1-a)} = \frac{1}{a} \longrightarrow \frac{1-a}{2a-1} = \frac{1}{a} \qquad ②$$

Dans le rapport des fractions ② on a une égalité en multipliant les moyens et les extrêmes :
$(2a - 1)\,1 = (1 - a)\,a$ et en simplifiant $2a - 1 = a - a^2$

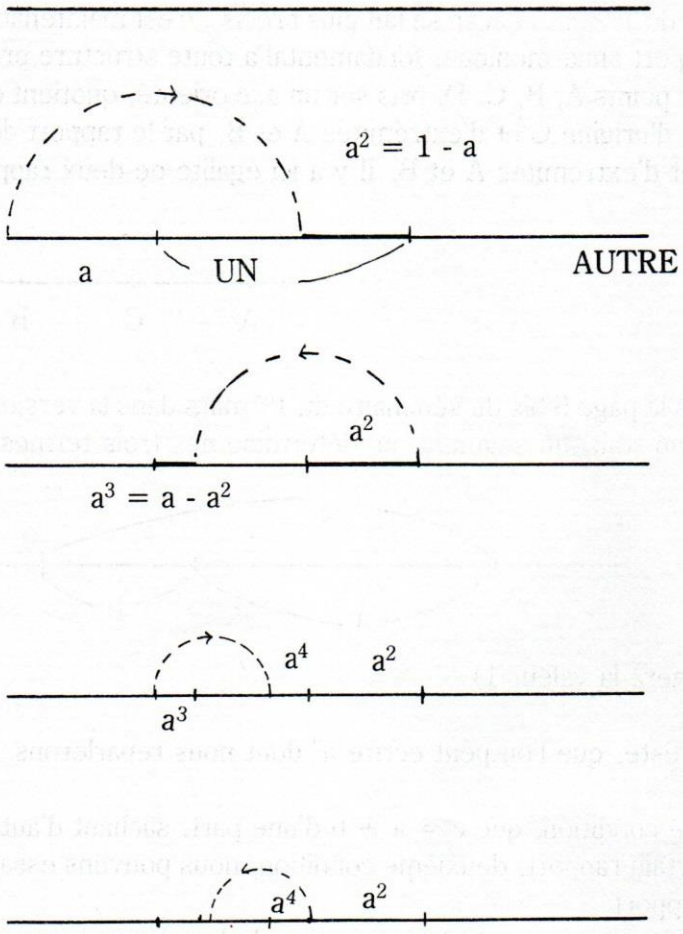
$a - 1 = -a^2$ ou $\boxed{a^2 = 1 - a}$

Sans oublier de changer les signes quand on passe un membre de l'égalité de l'autre côté.
$1 = a^2 + a$ $\quad 1 = a(a + 1)$

d'où $\boxed{\frac{1}{a} = a + 1}$

formules nous rappelant celles mises en exergue par Lacan au séminaire du 8 mars.

Page 5 ter de ce même séminaire corrigé, essayons de montrer la projection de a sur 1 et ce qu'il advient du reste si on continue à faire la même opération. Reprenons pour cela l'exposé de Marc Darmon à propos du séminaire *Encore* dans le *Bulletin* n° 2 de février 1983. La figure 1 que je reproduis ici est très claire :



En projetant a sur 1 il reste : $1 - a = a^2$.
En projetant ce reste a^2 sur 1, il reste $a - a^2 = a^3$.
En projetant a^3 sur 1 il reste a^4.
On voit que a, a^2, a^3, a^4 forment une suite où le suivant est la somme des deux précédents, suite rappelant la suite de Fibonacci dont nous avons parlé plus haut, suite qui répond aux particularités du rapport harmonique.

Cette projection infinie du reste sur le reste est d'après Lacan le modèle de la sublimation ; faire avec le manque et sans faire avec ce qui reste de ce manque en sachant que chaque fois c'est ce manque qui est cerné, mais qu'on ne parviendra jamais à atteindre cette limite, à l'effacer, à la réduire à O. Alors que dans l'acte sexuel le sujet ne sait pas qu'il fait avec son propre manque, qu'il continue à reproduire du a^2 avec du a, dans la sublimation c'est toujours ce reste qui est pris pour serrer la coupure au plus près de sa limite.

Cet exposé s'est voulu en filigrane des séminaires du 22 février et du 1er mars ; cette citation le résume : « La satisfaction subjective est à chercher dans l'acte sexuel qui implique une répétition *interne* qui comporte un élément de mesure et d'harmonie... C'est par rapport à l'idée de l'*unité* du couple dans le registre subjectif que le sujet se situe dans une *proportion* en introduisant une médiation *externe* à l'affrontement qui le constitue comme sujet ». Elle laisse ouverte la question de la sublimation.

Sources :

- *Le Dictionnaire des mathématiques* , P.U.F.
- Marc Barbut, *Mathématiques des sciences humaines*, P.U.F. 1968.
- *Encyclopedia Universalis.*
- Platon, *Le Timée,* « La Pléïade », N.R.F.
- M.C. Ghyka, *Le Nombre d'Or,* Gallimard 1931, réédition 1959.
- M. Clayet-Michaud, *Le Nombre d'Or,* « Que sais-je » n° 1530, P.U.F. 1973, 5ème édition 1985.

Intervention faite lors du séminaire d'été portant sur *''L'Angoisse* » » et *''La logique du fantasme''* à Dijon en août 1986 et publiée dans le Bulletin de l'Association Freudienne n°17 / mars 1986